

Kronik: Matematik er en smuk videnskab

Nils A. Baas

Johan P. Hansen

Ib Madsen

Politiken, 4. juni 2004, 2. sektion, side 7

Resumé

På mange måder er matematik nærmere kunsten end nogen anden videnskab. I dag gæster en af verdens førende matematikere, Isadore M. Singer, Danmark. Tre kolleger har skrevet om faget bag formlerne.

Netop vor tid fremviser bemærkelsesværdige matematiske gennembrud. I den rene matematik synliggjort ved beviser for centrale og århundredgamle problemer. Beviset for Fermats sidste sætning, der havde stået uløst i 300 år, er vel det bedste eksempel, et andet er Poincaréformodningen, hvis bevis nu synes inden for rækkevidde.

I anvendt matematik viser gennembrud sig i forskellige former: dybere forståelse af fysiske fænomener som turbulens, skabelse af matematiske begreber, der indfanger tidligere ikke repræsenterbare fænomener, og udvikling af nye algoritmer, der for første gang eller hurtigere end før giver løsninger. Eksempelvis er en 3-døgns vejrudsigt i dag mere nøjagtig, end en 1-døgns vejrudsigt var for 15 år siden, og det netop på grund af matematiske fremskridt.

Matematik er et fag i sig selv, men det giver også et sprog og værktøjer til at beskrive, forme, analysere og løse problemer i andre fag. Det er næsten unødvendigt at fremhæve, at matematik er centralt i næsten al videnskab og erkendelse. Matematik gør det muligt at identificere og uddrage de centrale dominerende mekanismer i store komplekse systemers adfærd og giver en begyndende forståelse for, hvordan sociologiske, økonomiske, biologiske og industrielle systemer fungerer. Matematik er i brændpunktet af den videnskabelige proces, som former det moderne samfund. Matematik er et uhyre aktuelt fag, fra skoleniveau til topforskning. Politikere og industriledere verden over begynder at få øjnene op for, hvor vigtigt faget er for teknologisk udvikling og velstand. Men er det matematikernes egentlige drivkraft?

I år 2000 fejrede vi verdens matematikår, og englænderen Andrew Wiles' bevis for det 300 år gamle 'Fermats sidste teorem' vakte stor medieomtale verden over. Sidste år så vi den Oscarbelønnede film 'Et smukt sind', som handler om matematikeren John Nashs balancegang mellem genial videnskab og 'galskab'.

Der findes ingen nobelpris inden for matematik, men i forbindelse med 200-års jubilæet for den store norske matematiker Niels Henrik Abels fødsel oprettede den norske regering i 2002 Abelprisen på 6 millioner norske kroner. Den blev første gang uddelt i fjor til franskmanden Jean-Pierre Serre. Han besøgte Danmark sidste efterår i forbindelse med pristildelingen.

I år tildeltes prisen sir Michael F. Atiyah, Storbritannien, og Isadore M. Singer, USA, og de modtog prisen 25. maj i Oslo af kong Harald. Professor Singer holder foredrag i Århus 4. juni i forbindelse med 50-års jubilæet for Det Naturvidenskabelige Fakultet og Institut for Matematiske Fag.

Det kan derfor være af interesse at se lidt nærmere på faget og videnskaben matematik. Skolefaget matematik er kendt af alle og vel egentlig vellidt og respekteret af de fleste som både nyttigt og som kernen i den studieforberedende dannelse, hvorimod videnskaben matematik nok er mystisk for de fleste.

Er matematik et vanskeligt og utilgængeligt fag? Både ja og nej. For at udøve matematik på et vist niveau kræves der klart en form for talent. Når det gælder om at få flere såvel i skolen som på universiteterne til at tilegne sig mere matematik, som de kan have glæde og nytte af i deres liv og arbejde, mangler der stadig meget. Det vigtigste her er interesserede og kompetente lærere. Faglig styrke og sikkerhed er det stærkeste pædagogiske kort.

Men hvad er det, der driver matematikerne i deres forskning? Hvad er matematikkens sjæl? Er matematik en speciel videnskab? Man taler jo om matematik og naturvidenskab for at antyde et skel uden dermed at ville inkludere matematikken i de humanistiske videnskaber.

Hvad er det, der er så specielt ved den matematiske videnskab? På mange måder er matematikken måske nærmere kunsten end nogen anden videnskab. Den kreative proces med udvikling af ideer fra en første intuition til formulering af teorier og begreber og bevis af teoremer er at sammenligne med en malers udformning af et billede eller en forfatters formning af et digt eller en roman. Det hele foregår oppe i hovedet!

»Matematik er jo bare talregning, og alt kan jo reduceres til logik og computerberegninger«, bliver det ofte sagt. Men det er fuldstændig forkert. Det essentielle ved matematisk forskning er opdagelsen af nye mønstre, strukturer og sammenhænge, og i dette lys kommer selvsagt også logik og tal ind. Intuition, fantasi og kreativitet er blandt de vigtigste faktorer i udviklingen af matematik, men det er naturligvis vigtigt, at ideerne styres ind i en stringent og logisk sammenhæng. Den fransk-amerikanske matematiker André Weil udtrykte det meget elegant: »Logic is merely the hygiene of mathematics!«, altså »Logik er blot matematikkens hygiejne!«.

Den store norske matematiker Sophus Lie (1842–1899) skrev i et brev til digteren Bjørnstjerne Bjørnson om fantasiens betydning: »I vore Dage er det vore Digtere, som imponerer den store Verden ved sine Tankers Djærvhed og glimrende Form. Tag mig det ikke ilde op, at jeg gør Krav på lidt af det samme Blod. Uden Fantasi bliver man aldrig Matematiker, og hvad der gav mig Plads blandt vor Tids Matematikere, uagtet jeg mangler i Kundskaber og Form, det var mine Tankers Djærvhed«.

På mange måder fremstår matematik som et avanceret sprog til at udtrykke komplicerede sammenhænge, hvor vores almindelige sprog ikke rækker. Grammatikken eller syntaksen i dette sprog styres af logikken, men hvad er sprog uden semantik? Det er tekst uden mening! På samme måde er det i matematikken.

Det er i semantikken, at fantasien kan udfolde sig i form af idéer og begreber. Det er her, vores computere fortsat kommer til kort over for den menneskelige hjerne, når det gælder begrebsdannelse og semantiske evner.

»Er der da mere at forske i inden for matematik«, spørges der ofte. Ja, det er der! Matematik er en videnskab i rivende udvikling, hvor stadig nye idéer, begreber og teorier dukker op. Nogle gange er de motiveret af anvendte problemstillinger, andre gange af gamle uløste problemer og nogle gange af en tilsyneladende intellektuel leg.

I naturvidenskaberne må teorier ofte modificeres i overensstemmelse med nye eksperimenter. Hvis noget derimod er bevist i matematik, står det som en sandhed til alle tider. Abels arbejder er i dag lige så 'rigtige' og dybe, som de var for næsten 200 år siden. Det giver en videnskab med et højt intellektuelt niveau og med en meget stor kumulativ viden.

Den rene matematik både har og vil nok også i fremtiden hente stor inspiration fra anvendte problemstillinger. Newtons differential- og integralregning var motiveret af mekaniske og astronomiske problemstillinger, men har stærkt influeret næsten al videre matematik. Samtidig er store og dybe teorier blevet udviklet ud fra rent abstrakte matematiske motiver uden tanke på anvendelser. Abstrakte verdener skabes, og landskaber i disse undersøges på egne præmisser.

Det bemærkelsesværdige er, at disse ofte senere har fundet en stor grad af anvendelse. Albert Einstein formulerede det som et spørgsmål: »How can it be that mathematics, being after all a product of human thought independent of experience, is so admirably adapted to the objects of reality?«, altså »Hvad skyldes det, at matematik, der trods alt er tankevirkning løst fra erfaring, er så beundringsværdigt tilpasset virkelighedens genstande?«.

For eksempel spiller resultater i talteori og algebraisk geometri en central rolle i moderne kryptografi. Topologiske og geometriske teorier spiller en stor rolle i teorien for elementarpartikler. Her kan man nævne begrebet Lie-gruppe efter Sophus Lie. Disse har fået anvendelser, som Lie ikke havde drømt om. Matematikkens anvendelighed kommer nok af, at den som sprog er skabt for at beskrive basale komplicerede fænomener, som opstår i naturen og i vore tanker. Derfor er det ikke unaturligt, at en videre bearbejdelse vil reflekteres i vor opfattelse af naturen og i vore tanker.

Fordi generaliseringer og abstraktion er nøgleingredienser i matematik, har dybe matematiske erkendelser og begreber en ekstrem langtidsvirkning. Som et resultat er der en usædvanlig historisk sammenhæng mellem nutid og fortid i matematik, når man sammenligner med andre discipliner, hvis udvikling er mere afhængig af forbedret teknologi og udstyr.

Endnu et særkende ved matematik er den tætte sammenhæng mellem forskning og undervisning. Udbredelsen af matematisk viden er menneskeintensiv. De matematiske grundelementer som indsigt, begreber, resultater og teknikker kan derfor udbredes til de andre

videnskaber i meget høj fart, hvis blot der er nok, der besidder matematisk dannelse. Evnen til at tiltrække talentfulde unge mennesker er derfor helt central, ikke blot for matematikkens egen udvikling, men også for en stadig større del af vort højtudviklede samfund.

Netop i matematik har det vist sig, at 'nytten af det unyttige' kan være enorm. Jagten på det dybe og smukke er efter vor mening grundlæggende i matematisk forskning — ja måske i al grundvidenskab. Den vigtigste drivkraft i denne jagt og søgen er den menneskelige nysgerrighed. Derudover kræves intellektuel udholdenhed — ikke bare af forskerne, men også af samfundet omkring dem. Disse faktorer må stimuleres.

Alle kan naturligvis ikke deltage i denne jagt. Hvor mange må det til enhver tid være samfundets opgave at afgøre. Ved at se på en række eksempler fra videnskabens historie, synes det hævet over enhver tvivl, at det på lang sigt er en god ting for vores værdiskabelse at deltage i denne jagt.

Da Niels Henrik Abel og Evariste Galois for snart tohundrede år siden lagde grundlaget for gruppebegrebet i matematikken, var det ikke ud fra snævre nyttehensyn, og ingen anede dengang, at dette begreb skulle få utallige både praktiske og teoretiske anvendelser i de næste århundreder. Et andet eksempel er, hvordan over hundrede år gammel 'unyttig', men dyb og smuk talteori i den senere tid er kommet til at danne grundlag for kryptografi og dermed moderne datasikkerhed.

Et tredje eksempel er repræsenteret ved Danmarks første internationalt anerkendte matematiker i nyere tid Hieronymus Georg Zeuthen (1839–1920) som arbejdede inden for enumerativ geometri, en gren af algebraisk geometri, der er højaktuel i forbindelse med den allernyeste fysik.

'Nytten af det unyttige' må ikke undervurderes i videnskaben. Hvad er nytten af kunst? Hvad er nytten af Fermats sidste teorem eller vor viden om sorte huller? Hvad er nytten af en smuk rose?

I vor tid har vi så let ved at indsnævre nyttebegrebet — måske særligt i videnskaben. Derfor er det nødvendigt at råbe vagt i gevær!

Som i mange andre videnskaber er det vigtigste efter vores mening, at resultaterne er dybe og smukke, så vil de også på et eller andet tidspunkt blive nyttige. Skønhed er en uhyre vigtig og stærk indre drivkraft i matematisk forskning. Alle virkelige matematikere er på jagt efter smukke teoremer og beviser.

Måske gælder det for al grundforskning, at den vigtigste drivkraft er en søgen efter det, der er dybt og smukt. Kan man opstille præcise kriterier for dybde og skønhed? Næppe, men det underlige er, at denne type egenskaber er af en sådan art, at når de foreligger, så er der en forbavsende stor grad af konsensus om dem.

I dag er det et udtalt krav, at forskerne skal bidrage til samfundets værdiskabelse. Dette er i og for sig ikke et urimeligt krav. Men i denne sammenhæng vil vi vove at fremsætte det postulat — lad os kalde det et metateorem: Er et resultat af menneskelig aktivitet — som forskning og specielt matematisk forskning — både dybt og smukt, så vil det også komme menneskeheden til nytte — ofte proportionalt med graden af dybde og skønhed. Men tidsperspektivet er ikke forudsigeligt. Nyttens kan komme om et år eller måske flere hundrede

år senere. Og det må vi bare leve med som et faktum uden for vores kontrol.

Megen søgen efter ny viden er selvsagt hverken dyb eller smuk, men ofte nødvendig og meget nyttig. Pointen er bare, at denne ikke må fortrænge vores søgen efter det dybe og smukke, som efter vores mening er den mest basale faktor i jagten efter ny erkendelse.

Opdages eller opfindes matematik? Findes der en overmåde smuk platonisk himmel, hvor matematiske teoremer pynter himmelrummet, og hvor matematikerne går på opdagelsesfærd? Dette er et gammelt filosofisk spørgsmål, som kan være interessant nok, men som ingen betydning har for den aktive matematiker. De fleste har nok en fornemmelse af både at opdage og opfinde — uden at det spiller nogen rolle for udviklingen af ny matematik. Så den slags spørgsmål overlader matematikerne generøst til filosofferne!

Matematik er en af de ældste og mest internationale videnskaber, der findes. Den har været dyrket på højt niveau i lang tid, og tærsklen til forskningsfronten kan ofte synes høj. Derfor er det vigtigt med en uhyre bred satsning — ligesom i idrætten — for at få de virkelige talenter frem — nye Abel'er — som kan tage store skridt mellem matematikkens smukke fjeldtoppe!

Hvordan arbejder så en matematiker? Lad os i den forbindelse citere en af årets Abelprisvindere, sir Michael Atiyah, som i et interview med *The Guardian* udtaler, at det meste af hans arbejde er ren tænkning: »Jeg er ikke den type, som laver min matematik ved at skrive på papir. Det gør jeg først i den allersidste del af processen. Jeg laver min matematik i hovedet. Jeg sidder en hel dag og arbejder hårdt uden at skrive noget som helst. Jeg tænker bare. Og så går jeg op og ned, det holder mig vågen og hjælper på blodcirkulationen. Og så tænker og tænker jeg! Det meste af tænkningen foregår i lange tidsperioder, ikke bare i nogle timer, men i dage og uger går jeg rundt med disse ideer. Måske går jeg en lille tur, men tanker og ideerne følger med. Det samme gør de i bussen, toget, og til og med når jeg lægger mig til at sove. Store og komplicerede mængder af ideer kan jeg gå rundt med i lange perioder — både et og to år«.

Det er ikke let at forklare matematiske teorier i populære vendinger. Den norske matematiker Ludwig Sylow gav klart udtryk for dette i sin mindetale over Sophus Lie: »Det er nemlig Matematikerens Vanskæbne, mere end andre Videnskabsmænds, at hans Arbejde ikke kan fremlægges eller fortolkes for hele den dannede Almenhed, næppe endda for en samling af Videnskabsmænd fra alle Felter. Man må være Matematiker for at føle den ejendommelige Skønhed, som en matematisk Sætning kan byde på, eller for at beundre de rene Linier i Færdige Dele af Videnskabens ældgamle Bygværk «.

Dette til trods er det vores pligt at berette om vores videnskab, dens historie, resultater og anvendelser. For selv den rene matematik — dronningen blandt videnskaberne — kan kun eksistere, i det omfang omverdenen sætter pris på den.