

Træk af matematikkens historie med et særligt øje for samspillet mellem matematik og tro

Henrik Kragh Sørensen
Institut for Videnskabsstudier, AU



1

Foredragets indhold

- ▶ Matematik som integreret del af mystisk verdensbillede
- ▶ Den græske, aksiomatisk-deduktive matematik og dens filosofiske betydning
- ▶ Matematik som del af naturbeskrivelsen og autonom matematik
- ▶ Fra kurver og tal til formler og videre til begreber og strukturer

2

Grattan-Guinness 2000

Art	Type
Matematik påvirker Kristendommen	Matematik involveret i dannelsen og/eller udviklingen af Kristendommen Matematik forsyner beviser for Guds eksistens
Emuleringer	Matematik emuleres af Kristendom som en kilde til sikkerhed for teorier Kristendom emuleres af Matematik som en kilde til sikkerhed for teorier
Kristendommen påvirker Matematikken	Kristendommen påberåbt som det ultimative mål for (matematisk) viden uden at være involveret i dennes indhold Kristendom spiller en rolle i dannelsen og udviklingen af en matematisk teori på det kognitive niveau
Sociale og institutionelle påvirkninger fra Kristendommen	Kristendommen påvirker udøvelsen og præsentationen af matematik, men ikke dens indhold En religion udpeger en opgave eller et problem, som kræver matematik for sin udførelse eller løsning

3

Matematikken i Antikken



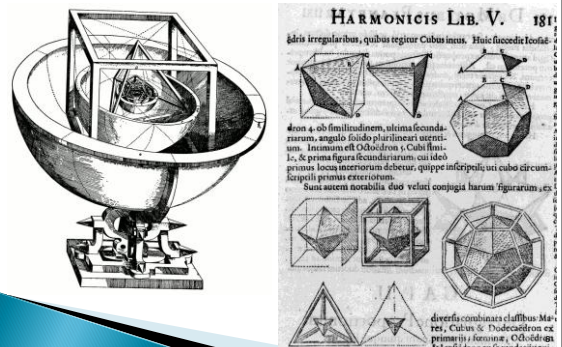
4

Pythagoræernes harmonilære



5

Kepler og sfærenes harmoni



Euklidisk matematik

- ▶ Aksiomatisk-deduktiv opbygning → fokus på beviser som sikkerhedsgaranter og mindre på analyser som indsigtsgivende
- ▶ Definitioner, postulater (aksiomer), sætninger og beviser
- ▶ Begrænsede konstruktionsmidler (passer og lineal, svarende til cirkler og rette linjer)
- ▶ Abstraheret virkelighedsbeskrivelse (?)
- ▶ Prototypisk formal-dannende system
- ▶ (Senere) indsete begrænsninger:
 - Ikke-euklidisk geometri
 - Klassiske konstruktionsproblemer (cirkelns kvadratur)

7

Matematisk platonisme

- ▶ Tre positioner ift. matematiske objekter:
 - Materialistisk linje: Matematik udspringer af den materielle virkelighed ved abstraktion
 - Subjektiv idealisme: Matematik er produkt af rent menneskelig skabelse
 - Objektiv idealisme eller platonisme:
- ▶ Matematikkens objekter eksisterer i en ideverden uafhængigt af mennesker og uden for tid og rum
- ▶ Matematisk erkendelse er opdagelse i formernes verden

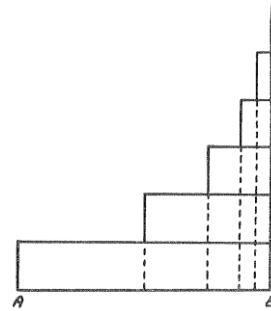
8

Matematik i middelalderen

- ▶ Matematiske undersøgelser i kontekst af teologiske spørgsmål
 - Uendelighed og kontinuitet
- ▶ Eksempel: En mands liv lignes med 1 time. Han er dydig de første 30 minutter, syndig de næste 15 minutter, dydig de næste $7\frac{1}{2}$ minutter, etc. Hvilken dom skal han have på Dommens dag?
- ▶ Mange undersøgelser i kontekst af engles skabelse og egenskaber

9

Oresme og uendelige rækker



10

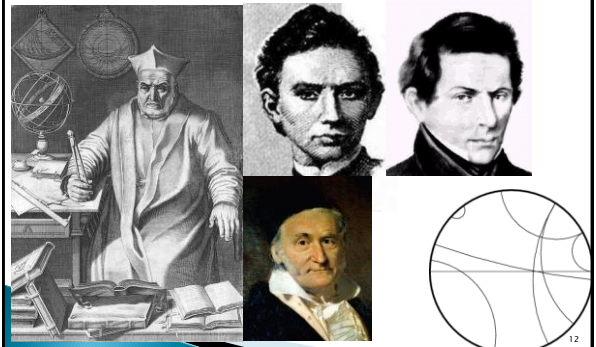
Matematikken i 1800-tallet

- ▶ Algebra som teorien om at løse ligninger
- ▶ Siden Renæssancen kunne man løse ligninger af grad 1, 2, 3 og 4
- ▶ Nordmanden N. H. Abel (1802–29) beviste 1824 at ligninger af højere grad ikke kan løses algebraisk
- ▶ Abels resultat illustrerede matematikkens begrænsning



11

Matematikken i 1800-tallet



12

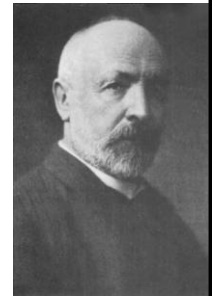
Uendelighedsbegrebet

- ▶ Skellet mellem "aktuel" og "potentiel" uendelighed et klassisk filosofisk problem (Aristoteles)
- ▶ Potentiel uendelighed i antikken (Euklids bevis for uendelig mange primtal)
- ▶ Diskussioner over analysens infinitesimale størrelser i 1600-tallet (Leibniz, Newton, Berkeley, Euler)
- ▶ Fra begyndelsen af 1800-tallet gøres analysen stringent på grundlag af grænseovergange (proces og potentiel uendelighed)
- ▶ I 1870'erne defineres kontinuert (de reelle tal)
- ▶ Og i 1870'erne udvikler G. Cantor sin mængdelære samt et nyt uendelighedsbegreb

13

Georg Cantor og mængdelæren

- ▶ Cantors mængdelære udsprang af matematisk generalisering
- ▶ Ny definition af uendelighed (ækvipotent med ægte delmængde) og forskellige grader af uendelighed
- ▶ Formel indførelse af transfinitte "tal"
- ▶ "Matematikkens væsen ligger i dens frihed"
- ▶ Hilbert og "Cantors paradoks"
- ▶ I dag et aksiom i ZFC at der findes en uendelig mængde



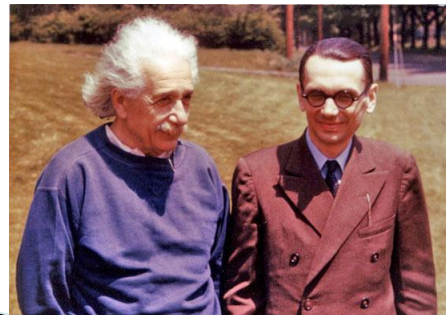
14

Cantor forklarer sig

- ▶ Efter pave Leo XIII havde udstedt sit *Aeterni patris* (1879), forsøgte Cantor at informere de katolske lærde om sin uendelighedsteori.
- ▶ Cantor satte det absolut uendelige (Det Absolutte) i direkte forbindelse med Gud (Thomisme)
- ▶ "Ihr seid meine Lehrer in der Religion und Theologie, ich Euch dankbarer Sohn und Schüler. Von Euch und Eurem guten Willen hängt es allein ab, ob ich Euer Lehrer werde in den weltlichen Wissenschaften und so eine goldene Brücke schlage von Euch zu uns, von uns zu Euch."

15

Kurt Gödel



16

Kurt Gödel

- ▶ Matematikkens formalisering og Hilberts program (1899–1927)
- ▶ Matematikkens ufuldstændighed 1931: Ethvert formelt system, som er tilstrækkelig stærkt til at indeholde aritmetikken, kan ikke både være konsistent og fuldstændigt
- ▶ "Mængdelærens aksiomer tvinger sig på os som værende åbenlyst sande"



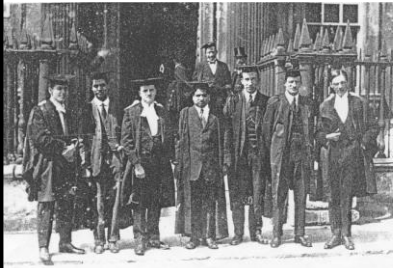
17

Gödel og teologi

- ▶ Ontologisk bevis for Guds eksistens (ca. 1941)
- ▶ Tilbageholdt, angiveligt fordi andre ikke ville kunne forstå at han ikke var en troende mand men kun interesseret i logisk undersøgelse (fuldstændighed af aksiomssystem).
- ▶ Andre kilder angiver Gödels religion som "luthersk døbt, men ikke medlem af nogen menighed."
- ▶ "De fleste religioner er dårlige, men religion er ikke."

18

Hardy og Ramanujan



Srinivasa Ramanujan (centre) G.H. Hardy (extreme right), with others at Trinity College, Cambridge

19

Ramanujans religion

- ▶ Aiyar & Rao: "Ramanujan had definite religious views. He had a special veneration for the Namakkal goddess. [...] He believed in the existence of a Supreme Being and in the attainment of Godhead by men. [...] He had settled convictions about the problem of life and after."
- ▶ Hardy: "[H]is religion was a matter of observance and not of intellectual conviction, and I remember well his telling me (much to my surprise) that all religions seemed to him more or less equally true."

20

Kurver, formler og begreber

- ▶ Fra den græske antik handlede matematik om tal og kurver - i første omgang cirkler og rette linjer
- ▶ Med Descartes, Leibniz og Euler i 1600- og 1700-tallet blev studiet af kurver gjort til studiet af formler (funktioner)
- ▶ I 1800-tallet blev formlerne delvist udskiftet af begreber (objekt-klasser) som matematikkens centrale objekter
- ▶ I det 20. århundrede opstod struktur-matematikken som en videreudvikling

21

Tabet af intuition

- ▶ Matematikken begynder i 1800-tallet at fremvise begrænsninger (ikke-løsbare ligninger etc.)
- ▶ Skift fra formel-centreret til begrebs-centreret matematik
- ▶ Nye, "patologiske" eksempler, fx
 - kontinuerte, intet-steds differentiable funktioner
 - fladeudfyldende kurver
- ▶ Den ikke-euklidiske geometris relative konsistens gav anstød til matematikkens løsrivelse fra verdensbeskrivelsen
- ▶ Matematik som autonom disciplin (modernisme)

22

Opsamling: Matematik og tro

- ▶ Matematik som del af mystisk verdensbillede
- ▶ Teologiske spørgsmål som inspiration og anledning til matematiske undersøgelser
- ▶ Forholdet mellem matematikkens genstande og den fysiske verden → Gud som geometer
- ▶ Matematisk autonomi og frihed i skabelsen
- ▶ Forklaring på matematikkens kreative proces → Ramanujan inspireret af sin gud og muse

Tak for jeres opmærksomhed.
Jeg håber på en god diskussion.

23

Nogle referencer

- ▶ Grattan-Guinness, Ivor "Christianity and Mathematics: Kinds of Link, and the Rare Occurrences After 1750." *Physis (nuova série)* 37 (2000): 467-500.
- ▶ Koetsier, Teun, and Luc Bergmans, eds. *Mathematics and the Divine: A Historical Study*. Elsevier, 2005.
- ▶ Sørensen, Henrik Kragh. "Tusind Engle på et Knappenålshoved: Matematikken i Middelalderen." 2010.
- ▶ Thakkar, Mark. "Mathematics in fourteenth-century theology." Chap. 7.2 in *The Oxford Handbook of the History of Mathematics*, edited by Eleanor Robson and Jacqueline Stedall, 619-638. Oxford University Press, 2009.

Illustrationer er hentet fra wikimedia.

24